4. Masa y energía

4.1

$v = 0'6c$

$m_0 = 0'511$ MeV

Para una partícula en movimiento, su masa relativista viene dada por:

$$E = m(v)c^2 = \gamma m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{0'511 \text{ MeV}}{\sqrt{1-0'6^2}}$$

0'511 MeV en realidad es unidad de energía, aunque por defecto se usa como unidad de masa. Esto significa que, en realidad, $E_0 = m_0 c^2 = 0'511$ MeV, y $m_0 = \frac{0'511}{c^2}$ MeV.

Por eso en el numerador no multiplicamos por c^2, pues ya está incluido en 0'511 MeV.

$$\frac{0'511}{\sqrt{1-0'6^2}} \text{ MeV} = \boxed{0'639 \text{ MeV} = m(v)}$$

masa relativista, o energía del electrón.

De aquí podríamos determinar la energía cinética, la debida a la velocidad:

$$\underbrace{E_{Total}}_{} = \underbrace{E_0}_{\text{E. en reposo}} + \underbrace{K}_{\text{E. cinética}} = m_0 c^2 + K \Rightarrow 0'639 \text{ MeV} - 0'511 \text{ MeV} = K$$

$$\boxed{K = 0'128 \text{ MeV}}$$

$\boxed{4.2}$ $m = 1'01 \cdot m_0$

↳ aumento de 1% en la masa del electrón.

(a) $m(v) = \gamma m_0 = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow 1'01\, m_0 = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$$1'01 \cdot \sqrt{1-\beta^2} = 1$$

$$1-\beta^2 = \left(\frac{1}{1'01}\right)^2$$

$$\beta = \sqrt{1-\frac{1}{1'01^2}} = 0'14 \rightarrow \boxed{\beta = 0'14}$$

14% de c.

(b) $E_{sum} = E - E_0$

E_{sum}: energía cinética, suministrada

E: energía total $(\gamma m_0 c^2)$

E_0: energía en reposo $(m_0 c^2)$

$E_{sum} = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 =$
$= (\gamma - 1) m_0 c^2$

Como $\left.\begin{array}{l} m = \gamma m_0 \\ m = 1'01 m_0 \end{array}\right\} \gamma = 1'01 \Rightarrow E_{sum} = 0'01 \cdot m_0 c^2$
y

Del ejercicio $\boxed{4.1}$ $m_0 c^2 = 0'511$ MeV $\Rightarrow E_{sum} = 0'00511$ MeV $=$
$= \boxed{5'1 \text{ keV}}$

$\boxed{4.3}$

$m_0 = 1200\,kg$

$v = 120\,\frac{km}{h} \times \frac{10^3\,m}{1\,km} \times \frac{1h}{3600s} = \frac{120\times10^3}{3\,600}\,\frac{m}{s} = 33'3\,\frac{m}{s}$

$K = (\gamma-1)\,m_0 c^2 = 6'2\cdot10^{-15}\cdot 1200\cdot(3\cdot10^8)^2 = \boxed{6'7\cdot10^5\ J}$

energía cinética.

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{33'3}{3\times10^8}\right)^2}} = 1'000000000000001$

$\gamma - 1 = 6'2\cdot10^{-15}$

γ nos indica la intensidad de los efectos relativistas. En este caso solo hay un aumento en la posición decimal 14!! una centésima parte de una billonésima. El aumento en masa será: $(\gamma-1)\cdot m_0 = 7'4\cdot10^{-12}\ kg$; 7 billonésimas de kilo

---

$\boxed{4.4}$ La potencia (energía emitida por segundo) del Sol es de $4\cdot10^{26}$ W. Esa energía viene de reacciones nucleares [masa $\rightarrow$ energía]

(a) $masa = \frac{Energía}{c^2}$

$Potencia = \frac{Energía}{tiempo} \Rightarrow 4\cdot10^{26}\,W = \frac{Energía}{1\,seg} \Rightarrow Energía = 4\cdot10^{26}\,J$

$masa = \frac{4\cdot10^{26}\,J}{(3\cdot10^8)^2\,\frac{m^2}{s^2}} = 4'4\cdot10^9\,kg$ que pierde cada segundo.

4 millones de toneladas.

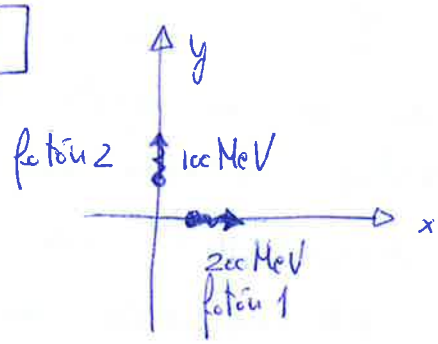
(b) masa Sol $= 2 \cdot 10^{30}$ kg

masa perdida $= 4'4 \cdot 10^{9}$ kg

$$\frac{\text{masa perdida}}{\text{masa Sol}} \times 100 \rightarrow \boxed{2'2 \cdot 10^{-19}\ \%}$$

Despreciable.

$\boxed{4.5}$



(a) $E = E_1 + E_2 = 200\,MeV + 100\,MeV =$

$= \boxed{300\ MeV}$

Cantidad de movimiento de un fotón es $p = \frac{E}{c}$. Es un vector.

$$\Rightarrow \quad \vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \boxed{\left(\frac{200}{c}\right)\vec{i} + \left(\frac{100}{c}\right)\vec{j}}$$

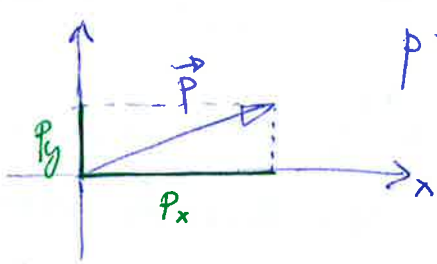
vector unitario en la dirección x

vector unitario en la dirección y

Un vector unitario solo indica dirección. Su tamaño es 1.

(b) $\begin{cases} E = \gamma m_0 c^2 \\ p = \gamma m_0 v \end{cases}$

La cantidad de movimiento total (vector) tiene magnitud:



$$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = \sqrt{\left(\frac{200}{c}\right)^2 + \left(\frac{100}{c}\right)^2} =$$

$$= \frac{224}{c}\ MeV$$

$$E = \gamma m_0 c^2 = 300 \text{ MeV} \longrightarrow \gamma m_0 = \frac{300}{c^2} \text{ MeV}$$

$$p = \gamma m_0 v = 224 \frac{\text{MeV}}{c}$$

$$(\gamma m_0) \cdot v = 224 \frac{\text{MeV}}{c}$$

$$\frac{300}{c^2} \text{MeV} \cdot v = 224 \frac{\text{MeV}}{c}$$

$$300 \beta = 224 \longrightarrow \underline{\beta} = \frac{224}{300} = \boxed{0'75}$$

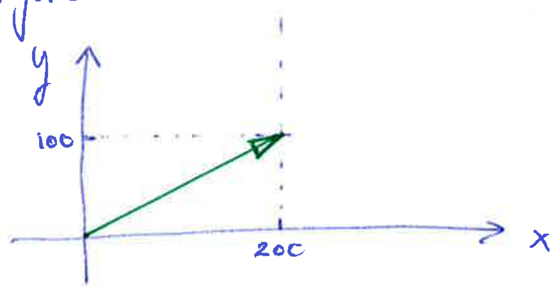
$$\gamma m_0 = 300 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1'5$$

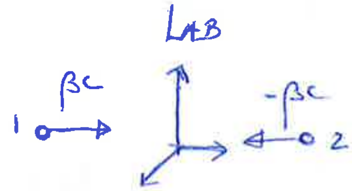
$$\underline{m_0} = \frac{300}{\gamma c^2} \text{MeV} = \left(\frac{300}{1'5}\right) \frac{\text{MeV}}{c^2} = \boxed{200 \frac{\text{MeV}}{c^2}}$$

La partícula viaja a $0'75c$ y tiene una masa en reposo de $200 \frac{\text{MeV}}{c^2}$, en unidades relativistas.

(c) Puesto que la cantidad de movimiento es la misma, se moverá siguiendo la dirección $200\vec{i} + 100\vec{j}$.



4.6



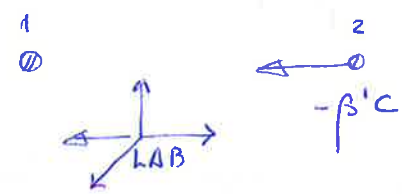
(a) $m_1 = \gamma m_0 = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $m_2 = \gamma m_0 = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$

masa aparente de cada protón.

Para esta parte hacen falta las lecciones 52 y 53.

(b)

Visto por protón 1:



Según adición de velocidades: $u' = \dfrac{-(u+v)}{1+\frac{uv}{c^2}}$

donde u = velocidad protón 2 vista desde el LAB: βc

v = velocidad protón 1 vista desde el LAB: βc

$$u' = \frac{\beta c + \beta c}{1+\frac{\beta^2 c^2}{c^2}} = \boxed{\frac{2\beta c}{1+\beta^2}}$$

Visto desde protón 1, el LAB se mueve hacia la izquierda con βc y el protón 2 con $\beta' c$.

(c) $$m = \gamma' m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta'^2}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{2\beta}{1+\beta^2}\right)^2}} = \frac{m_0}{\sqrt{\frac{1+\beta^4+2\beta^2-2\beta^4}{(1+\beta^2)^2}}} =$$

$$= \frac{m_0}{\sqrt{\frac{(1-\beta^2)^2}{(1+\beta^2)^2}}} = \boxed{\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2} m_0}$$